

集合と論理 中間試験問題 Nov. 17, 2023 (中野 伸)

注意: 結論だけでなく, 結論に至る考え方を簡潔に書くこと,
また, N, R, C はそれぞれ自然数全体, 実数全体, 複素数全体の集合である.

- [1] 以下のそれぞれの命題の否定を書け. ただし, (1) においては, P, Q は与えられた命題とし, (2), (3) においては, f, g は与えられた実数値 2 変数関数とする.

- (1) 「 P かつ 「 Q でない」」
- (2) 「任意の整数 m に対して, 「 $f(m, n) = 0$ をみたす整数 n が存在する」」
- (3) 「 $\exists x \in R$ s.t. $\forall n \in N$ に対して $g(n, x) > 0$ 」

- [2] 与えられた命題 P, Q について, 以下の 3 つの命題 [A], [B], [C] を考える.

- [A] 「「 P ならば Q 」 かつ 「 Q ならば P 」」
- [B] 「「 P ならば Q 」 または 「 Q ならば P 」」
- [C] 「「 P または Q 」 ならば 「 P かつ Q 」」

次の問いにそれぞれ答えよ.

- (1) [A] と [C] は同値であることを示せ.
- (2) [B] と [C] は同値ではないことを示せ.

- [3] $\frac{6}{7}$ を十進小数展開し, その小数第 n 位に現れる数を $f(n)$ として, 写像

$f: N \longrightarrow \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ を定める.

- (1) f は単射か, 単射でないか, 理由をそえて答えよ.
- (2) f は全射か, 全射でないか, 理由をそえて答えよ.

- [4] 実数 x, y に対して $g(x + iy) = x^2 + y^2$ とおくことにより, 写像 $g: C \rightarrow R$ を定める.

- (1) $g^{-1}(2)$ を複素数平面上に図示せよ.
- (2) C の部分集合 $A = \{x + iy \mid -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$ の g による像 $g(A)$ を求めよ.