

代数入門 中間試験問題 June. 4, 2019 (中野 伸)

注意: 数値等を求める問題についても, 答えに至る考え方を簡潔に書くこと

- [1] $a = 3486, b = 837$ とおき, a, b の最大公約数を d とする.
- (1) d を求めよ.
 - (2) $ax + by = d$ をみたす整数の組 (x, y) を一組求めよ.
- [2] 以下の連立合同式をそれぞれ解け.
- (1)
$$\begin{cases} 2x + 5y \equiv 7 \pmod{83} \\ 3x - 2y \equiv 9 \pmod{83} \end{cases}$$
 - (2)
$$\begin{cases} x + 2 \equiv 0 \pmod{9} \\ 2x + 3 \equiv 0 \pmod{11} \end{cases}$$
- [3] 以下の間に答えよ.
- (1) $13n + 8$ が 55 の約数となるような整数 n をすべて求めよ.
 - (2) $13n + 8$ が 55 を法とする零因子であるような整数 n のうち, 絶対値が 6 以下であるものをすべて求めよ.
 - (3) $13n + 8$ が 55 の倍数であるような整数 n のうち, 絶対値が最小であるものを求めよ.
- [4] 以下の命題を証明せよ.
- (1) $2019 \equiv 64 \pmod{p^2}$ をみたす素数 p は存在しない.
 - (2) 任意の整数 a に対して, $6 \mid (a^3 - a)$ である.
 - (3) すべての整数 n に対して, $64n + 35$ と $20n + 11$ は互いに素である.