

代数入門 中間試験問題 June. 5, 2018 (中野 伸)

注意: 数値等を求める問題についても, 答えに至る考え方を書くこと

- [1] 以下の問に答えよ .
- (1) $2018 \equiv 65 \pmod{m}$ をみたす最大の自然数 m を求めよ .
 - (2) $9000 \leq k \leq 9010$ かつ $k^5 \equiv 2018 \pmod{6}$ をみたす自然数 k をすべて求めよ .
 - (3) $|403 - a^2| \equiv 1 \pmod{4}$ をみたす最小の自然数 a を求めよ .
 - (4) $(n+2)^3 \equiv 12n - 113 \pmod{n^2}$ をみたす最大の自然数 n を求めよ .
 - (5) $2018x + 5y = 6$ をみたす整数の組 x, y のうち, $x + y$ が最小の自然数となるものを求めよ .
- [2] 470 より大きな最小の素数 p を, 次の (し), (ん) を示すことによって定めよ .
- (し) $470 < c < p$ である自然数 c はすべて合成数である .
 - (ん) p は素数である .
- [3] 以下の命題を証明せよ .
- (1) 不定方程式 $1236x + 2060y = 4$ は整数解を持たない .
 - (2) a, m を $0 < a < m$ をみたす自然数とする . a が m を法とする零因子ならば, m は合成数である .
 - (3) すべての自然数 n に対して, $3^{3n+1} + 7^{2n-1}$ は 11 の倍数である .
- [4] 以下の【条件】をみたす整数 a を, 線形代数の手法を援用して求めよ .
- 【条件】 連立合同式
- $$\begin{cases} 8x + 5y + z \equiv 0 & (\text{mod } 7) \\ 2x - 17y + 3z \equiv 0 & (\text{mod } 7) \\ 13x + ay - 6z \equiv 0 & (\text{mod } 7) \end{cases}$$
- の整数解 x, y, z で, どれかが 7 の倍数でないものが存在する .