

代数入門 試験問題 Jan. 27, 2017 (中野 伸)

注意: 数値等を求める問題について, 【答えのみ】と書いてあるもの以外は, 答えに至る考え方も書くこと.

[1] 連立合同式
$$\begin{cases} 1217x + 883y \equiv 243 \pmod{11} \\ 776x - 9916y \equiv -70 \pmod{11} \end{cases}$$
 をみたす整数 x, y を一組求めよ.

[2] 以下の間に答えよ.

- (1) オイラー関数の値 $\varphi(2040)$ を求めよ【答えのみ】.
- (2) 11^{1538} を 2040 で割った余りを求めよ【答えのみ】.
- (3) a を 2040 と互いに素な整数とし, s を法 2040 に関する a の位数とする. このとき, s は 2 でない素因子をもたないことを示せ.

[3] 以下の間に答えよ.

- (1) 法 1357 に関する 19 の逆元 x (ただし $0 < x < 1357$) を求めよ【答えのみ】.
- (2) 法 19 に関する 7 の位数を求めよ【答えのみ】.
- (3) 任意の自然数 n に対して $19 \mid (2^{6n+18} - 7^{n+21})$ であることを示せ.

[4] 平方剰余記号に関する以下の間に答えよ.

- (1) オイラーの規準について説明せよ.
- (2) 平方剰余記号 $\left(\frac{73}{2017}\right)$ を計算せよ (ただし, 2017 が素数であることを用いてよい).
- (3) $p \equiv 7 \pmod{87}$ をみたす素数 p に対して, $\left(\frac{87}{p}\right) \equiv p \pmod{4}$ が成り立つことを示せ (注意: 87 は合成数).