

代数入門 試験問題 Jan. 26, 2012 (中野 伸)

- [1] 連立合同式 $\begin{cases} x \equiv -5 \pmod{7} \\ 3x \equiv 4 \pmod{11} \end{cases}$ を解け .
- [2] 以下の間に順に答えることによって, 合同式 $x^{2621} \equiv 3 \pmod{3871}$ を解け .
- (1) 3871 を素因数分解せよ .
 - (2) $\varphi(3871)$ を求めよ .
 - (3) 2621 と $\varphi(3871)$ の最大公約数が 1 であることを確かめよ .
 - (4) 法 $\varphi(3871)$ に関する 2621 の逆数を求めよ .
 - (5) オイラーの定理を用いて, 解 x を求めよ .
- [3] $n = 4080319$ は 2 つの異なる素数の積で, さらにオイラー関数の値は $\varphi(n) = 4076280$ であるという . このとき, n の 2 つの素因子を求めよ .
- [4] 2 次合同式に関する以下の命題を証明せよ .
- (1) $n^2 + 2011 \equiv 0 \pmod{97}$ をみたす整数 n は存在しない .
 - (2) $n^2 + 6n + 1 \equiv 0 \pmod{7}$ をみたす偶数 n が無限個存在する .
- [5] $p = 2^n + 1$ が素数であるとき, 以下の命題を証明せよ .
- (1) $1 \leq a < p$ をみたすすべての整数 a について, 法 p に関する a の位数は 2^r の形の自然数である .
 - (2) n は 2 でない素因子をもたない .