

# 代数II

## まとめのレポート課題 その1

(中野 伸)

課題提示：2021年1月20日 10:50

提出〆切：2021年1月23日 13:00

① 以下のそれぞれの命題について、正しいければ証明し、正しくなければ反例をあげよ。

[1]  $\alpha + \beta i$  が  $\mathbb{Q}$  上代数的である実数  $\alpha, \beta$  は、どちらも  $\mathbb{Q}$  上代数的である。  
ただし、 $i$  は虚数単位とする。

[2]  $\alpha + \beta$  が  $\mathbb{Q}$  上代数的である実数  $\alpha, \beta$  は、どちらも  $\mathbb{Q}$  上代数的である。

[3] 有限次巡回拡大  $L/K$  に対して、拡大次数  $[L : K]$  は素数である。

# 代数II

## まとめのレポート課題 その2

(中野 伸)

課題提示：2021年1月20日 10:50

提出〆切：2021年1月23日 13:00

□2  $\alpha = \sqrt{3} - \sqrt{2}$  とおく.

- [1]  $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}(\alpha)$ であることを示せ.
- [2]  $\alpha$  の  $\mathbb{Q}$  上の最小多項式を求めよ.
- [3]  $\sqrt{2} = g(\alpha)$  をみたす  $\mathbb{Q}$  上の多項式  $g(X)$  を求めよ.

## 代数II

### まとめのレポート課題 その3

(中野 伸)

課題提示：2021年1月20日 10:50

提出〆切：2021年1月23日 13:00

- 3  $f(X) = X^4 + 1$  の  $\mathbb{Q}$  上の最小分解体を  $K$  とする.
- [1]  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{-2}}{2}$  は  $f(X)$  の根であることを確かめよ.
- [2]  $K = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{-2})$  であることを証明せよ.
- [3]  $K/\mathbb{Q}$  のガロア群  $G$  を定め, さらに, 第12回講義資料の例を参考にして, ガロア対応 ( $K/\mathbb{Q}$  の中間体 と  $G$  の部分群との対応) について考察せよ.