

代数II 小テスト 2018-12-05

学年	学籍番号	氏名

[問1] 以下の文のそれぞれについて，正しいものには○を，正しくないものには×をカッコ内に記せ．

- () 実数 x, y がどちらも \mathbb{Q} 上代数的ならば，複素数 $x + y\sqrt{-1}$ も \mathbb{Q} 上代数的である．
- () x, y を実数とする．複素数 $x + y\sqrt{-1}$ が \mathbb{Q} 上代数的ならば， x, y はどちらも \mathbb{Q} 上代数的である．
- () 体 K 上のふたつの拡大体 L, M が K 上同型ならば，つねに $[L : K] = [M : K]$ が成り立つ．
- () 体 K 上のふたつの有限次拡大体 L, M が $[L : K] = [M : K]$ をみたすならば，つねに K 上同型である．
- () ガウスが初めて証明したとされる『代数学の基本定理』は， \mathbb{C} が代数的閉体であることを主張している．
- () L が \mathbb{Q} を含む代数的閉体ならば，任意の整数 n について $\sqrt[n]{n} \in L$ が成り立つ．
- () \mathbb{Q} 上代数的な複素数全体の集合は，代数的閉体である．
- () 代数的閉体は無限集合である．
- () L が体 K の代数的閉包ならば， L/K の任意の中間体 M について， L は M の代数的閉包である．
- () L を体 K の代数的閉包とし， $F(X, Y)$ を定数でない K 上の2変数多項式とすると， $F(x, y) = 0$ をみたす $x, y \in L$ が存在する．