

代数II 小テスト 2017-10-04

学年	学籍番号	氏名

[問1] 以下の文のそれぞれについて，正しいものには○を，正しくないものには×をカッコ内に記せ．ただし L/K は体の拡大である．

- () $\alpha, \beta \in L$ に対して， $\alpha^{100} - \beta^{-500} \in L$ が成り立つ (ただし $\beta \neq 0$) ．
- () $\alpha, \beta \in L$ かつ $\alpha \in K(\beta)$ ならば， $K(\alpha) \subset K(\beta)$ が成り立つ ．
- () $\alpha \in L$ に対して，一般に $K(\alpha) \subset K(\alpha^3)$ が成り立つ ．
- () L/K が有限次拡大ならば，任意の中間体 M に対して M/K は有限次拡大である ．
- () L/K が7次拡大ならば，中間体は K と L 以外にはない ．
- () \mathbb{R}/\mathbb{Q} は有限次拡大である．すなわち，有限個の実数 x_1, \dots, x_n が存在して，任意の実数は $a_1x_1 + \dots + a_nx_n$ ($a_1, \dots, a_n \in \mathbb{Q}$) と表される ．
- () $\mathbb{Q}(\sqrt{2}) = \mathbb{Q}(\sqrt{8})$ が成り立つ ．
- () $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{5}) \subset \mathbb{Q}(\sqrt{5})$ が成り立つ ．
- () \mathbb{Q} は真の部分体を含まない (つまり， F が \mathbb{Q} の部分体ならば $F = \mathbb{Q}$) ．
- () $2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}$ は $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$ の \mathbb{Q} 上の基底ではない ．