

本講演では、非負の外力項 κf_0 を含む半線型楕円型方程式

$$(P)_\kappa \quad \begin{cases} -\Delta u + u = g(u) + \kappa f_0 & \text{in } \mathcal{D}(\mathbf{R}^n), \\ u \geq 0 & \text{on } \mathbf{R}^n, \quad u(x) \rightarrow 0 \text{ as } |x| \rightarrow \infty \end{cases}$$

について考える. ここで, κ は正の parameter であり, 非線型項 g は $g(0) = g'(0) = 0$ をみたす凸函数である. f_0 に対して適当な仮定を課すと, $g(u) = u^p$ ($p > 1$) の場合においては, κ が小さければ $(P)_\kappa$ の解は存在し, 大きければ存在しないことが知られている. 更に, $(P)_\kappa$ の解が存在するような κ の上限を κ^* とすると,

$p < (n^2 - 8n + 4 + 8(n-1)^{1/2}) / (n-2)(n-10)_+$ のときには $(P)_{\kappa^*}$ の解が存在する. 今回は, $n \leq 9$ とし, $g(u) = e^u - 1 - u$ のように指数的に増大する非線型項をもつ場合にも同様の状況が起こり, $(P)_{\kappa^*}$ の解が存在することについて述べる.