平成 31 年度 学習院大学大学院 自然科学研究科数学専攻
夏季募集入学試験問題

英語

平成 30 年 7 月 7 日

注意事項： 問題は 2 題ある．全問に解答すること．

$\boxed{1}$ 次の英文を日本語に訳せ．

著作権保護のため非公開となります。

(出典: James R. Munkres, *Topology*)

$\boxed{2}$ 次を英文に訳せ．

命題． $\{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, ..., \boldsymbol{a}_n\}$ がベクトル空間 V の基底であるとき，V の任意のベクトル $\boldsymbol{x}$ は $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, ..., \boldsymbol{a}_n$ の一次結合として一意的に表される．

証明． 基底の定義より，V の任意のベクトル $\boldsymbol{x}$ は $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, ..., \boldsymbol{a}_n$ の一次結合として表される．いま，ベクトル $\boldsymbol{x}$ が

$$\boldsymbol{x} = c_1\boldsymbol{a}_1 + c_2\boldsymbol{a}_2 + \cdots + c_n\boldsymbol{a}_n = d_1\boldsymbol{a}_1 + d_2\boldsymbol{a}_2 + \cdots + d_n\boldsymbol{a}_n$$

のように 2 通りに表されたとしよう．この等式から

$$(c_1 - d_1)\boldsymbol{a}_1 + (c_2 - d_2)\boldsymbol{a}_2 + \cdots + (c_n - d_n)\boldsymbol{a}_n = \mathbf{0}$$

という関係式が得られる．$\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, ..., \boldsymbol{a}_n$ は一次独立であるから，$c_1 - d_1 = c_2 - d_2 = \cdots = c_n - d_n = 0$ が得られ，一次結合による表し方が一意的であることが結論される.$\square$

基底：basis
一次結合：linear combination