

平成 30 年度 学習院大学大学院 自然科学研究科数学専攻
夏季募集入学試験問題

英語

平成 29 年 7 月 8 日

注意事項： 問題は 2 題ある。全問に解答すること。

1 次の英文を日本語に訳せ。ただし、数式はそのまま書いてよい（以下の例参照）。

例：英文

“The solution to the equation $ax = b$ ($a \neq 0$) is given by $x = b/a$.”

の日本語訳の例：

「方程式 $ax = b$ ($a \neq 0$) の解は $x = b/a$ で与えられる」

著作権保護のため非公開となります。

aggregate : 集合, 総計

(出典: Tosio Kato, *Perturbation Theory for Linear Operators*)

2 次を英文に訳せ.

定理 有界閉区間 $I = [a, b]$ で連続な実数値関数 f は I において最大値をとる.

証明 $M = \sup\{f(x) \mid x \in I\}$ とおく ($M \leq \infty$). 上限の性質から, $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = M$ となるような数列 $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ ($x_n \in I$) がとれる. $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ は有界であるから, Bolzano-Weierstrass の定理により, 収束部分列を持つ. その1つを $\{x_{n_k}\}_{k=1}^{\infty}$ とし, $\lim_{k \rightarrow \infty} x_{n_k} = x_0$ とする. $x_0 \in I$ であり, $\lim_{k \rightarrow \infty} f(x_{n_k}) = M$. 一方, f の連続性により, $\lim_{k \rightarrow \infty} f(x_{n_k}) = f(x_0)$ でもあるので, $f(x_0) = M$ を得る. ゆえに, $M < \infty$ で M は f の I における最大値である. \square